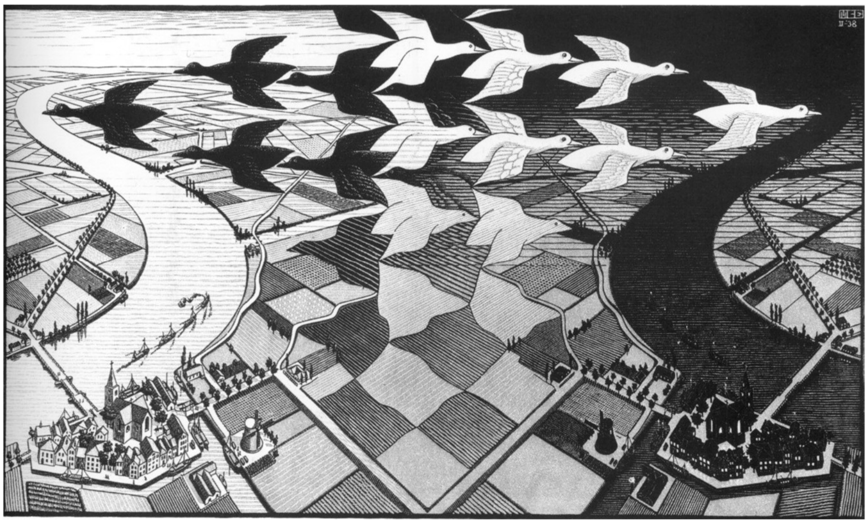
Prof. Dr. Alfred Toth

Heteromorphismen bei M.C. Escher?

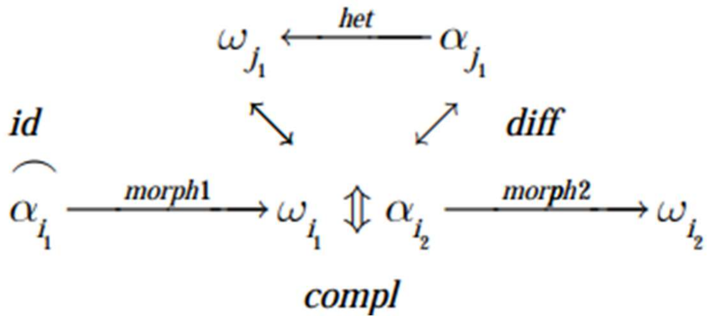
1. Heteromorphismen sind die saltatorialen Entsprechungen der kategorialen Morphismen und wurden erst von Rudolf Kaehr in die Algebra eingeführt (vgl. Kaehr 2007). Allerdings gibt es, wie im folgenden gezeigt werden soll, Grund zur Annahme, daß Escher die Möglichkeit dieser Umkehrabbildungen ohne Reversion der Objekte gekannt haben muß. Wir gehen aus von dem folgenden Holzschnitt.



M.C. Escher, Day and Night (1938)

Wikipedia kommentiert ihn wie folgt: „The woodcut depicts a landscape mirrored horizontally with respect to the center of the image. It has two cities, each with an associated river and an interlocking pattern of birds gradually appearing towards the top of the image making a tessellation. These birds appear from the tiles of the landscape and become more detailed towards the extremes of the woodcut. Along the center, the image is divided into complementary black (right) and white (left), or, as the title suggests, day and night. The birds of the image contradict the overall partition of black and white throughout the image, as the black birds are in the white part of the image, while the white birds are in the black part, each of them appearing to move away from their color partition".

2. Sind wirklich 2 Städte abgebildet? Handelt es sich nicht vielmehr um 1 Stadt, distribuiert über 2 ontische Orte? Man betrachte die „beiden" Städte: sie unterscheiden sich außer in der Kolorierung in nichts. Dasselbe gilt für die Flüsse, die Brücke und die Straße. In diesem Falle können wir ausgehen von dem (3, 2)-Diamond aus Kaehr (2007, S. 49)



Wir setzen für DOM und COD Peanozahlen ein und bilden den Anfang der Peanofolge P = (1 ... 5) auf ihn ab.

		2	←	1		3	←	1		4	←	1		
		|		|		|		|		|		|		
1	→	2	∘	1	∘	3	∘	1	∘	4	∘	1	∘	5

Wie man sieht, sind die morphismischen Abbildungen und die heteromorphismischen Umkehrabbildungen jeweils von DOM → COD bzw. von COD → DOM verschoben. Wenn wir diese Verschiebung aufheben und Austauschrelationen benutzen, erhalten wir

2	←	1		3	←	1		4	←	1	
⇳	×	⇳		⇳	×	⇳		⇳	×	⇳	
1	→	2	∘	1	→	3	∘	1	→	4	...

Nehmen wir also an, es handle sich tatsächlich um 1 Stadt S, die über 2 ontische Orte ω_1 und ω_2 verteilt ist. Dann haben wir

$S(\omega_2)$	←	$S(\omega_1)$
⇳		⇳
$S(\omega_1)$	→	$S(\omega_2)$

bzw.

$$\begin{tikzcd}
 & S(\omega_2) \arrow[d, dash] & S(\omega_1) \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
S(\omega_1) \arrow[r] & S(\omega_2) \arrow[r, phantom, "\circ"] & S(\omega_1) \arrow[r] & S(\omega_2).
\end{tikzcd}$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

6.8.2025